UFRGS – Instituto de Matemática – 2015/2
Departamento de Matemática Pura e Aplicada
MAT01354 Cálculo e Geometria Analítica IIA
PROVA 1 – 09 de setembro de 2015 – 08h30

1	2	3	4	5	081

Nome	Cartão	Turma	Chamada

0811 Considere a reta L de equações paramétricas $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -t \\ z = 5 \end{cases}$ e o ponto $A = (5, 0, -2)$. Obtenha

1. as equações paramétricas da reta que contém o ponto A e é perpendicular ao plano de equação $x - 2y + 3z = 17$;
2. uma equação do plano que contém a reta L e o ponto A.

0812 1. Dados a função $f(x, y) = xy + 2y$ e o ponto $P = (0, 2)$,
(a) determine uma equação para a curva de nível de $f(x, y)$ que passa pelos pontos P e $Q = (-3, -4)$ e esboce essa curva no plano xy;
(b) encontre o vetor gradiente $\vec{\nabla} f(P)$ e esboce esse vetor em P.

2. Sendo $f(x, y, z) = \dfrac{xy}{z}$, obtenha as derivadas parciais de primeira ordem f_x, f_y e f_z e, também, as mistas de segunda ordem f_{xy}, f_{xz} e f_{yz}.

0813 Dados a função $f(x, y) = y \ln(y^2 - 3x)$ e o ponto $P = (1, 2)$, obtenha

1. a taxa de variação de f no ponto P e na direção do vetor $\vec{v} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$;
2. a taxa de variação máxima de f no ponto P;
3. o valor aproximado de $(2{,}04) \ln[(2{,}04)^2 - 3(0{,}95)]$ usando a aproximação linear local de f em P.

0814 1. Sendo $f(x, y, z) = 2x + \dfrac{y}{3} - \dfrac{z}{2}$, obtenha equações paramétricas da reta normal à superfície de nível da função f que contém o ponto $P = (9, 1, 3)$.

2. Sendo $g(x, y, z) = x^2 z - 4yz^3$, obtenha uma equação do plano tangente à superfície de nível da função g que contém o ponto $Q = (2, 1, -1)$.

0815 Usando multiplicador de Lagrange, determine três números positivos x, y e z de produto máximo, cuja soma ponderada $4x + 2y + 3z$ seja igual a 36. Determine, também, tal produto máximo.

UFRGS – Instituto de Matemática – 2015/2
Departamento de Matemática Pura e Aplicada
MAT01354 Cálculo e Geometria Analítica IIA
PROVA 1 – 09 de setembro de 2015 – 10h30

1	2	3	4	5	101

Nome	Cartão	Turma	Chamada

1011 Considere a reta L de equações paramétricas $\begin{cases} x = 2+t \\ y = 4 \\ z = 3t \end{cases}$. Obtenha

1. o ponto de interseção da reta L com o plano de equação $4x+3y-2z=0$;
2. um vetor unitário na direção da reta L;
3. uma equação do plano que contém a reta L e o ponto $P=(4,1,3)$.

1012 1. Dados a função $f(x,y)=2\sqrt{3y-4-x^2}$ e o ponto $P=(-1,2)$,
(a) determine uma equação para a curva de nível de $f(x,y)$ que passa pelo ponto P e esboce essa curva no plano xy;
(b) encontre o vetor gradiente $\vec{\nabla} f(P)$ e esboce esse vetor em P.

2. Sendo $w=f(x,y,z)=\ln(xz+yz)$, obtenha as derivadas parciais w_x, w_y e w_z e, também, o vetor gradiente $\vec{\nabla} f(P)$ com $P=(3,2,1)$.

1013 Dados a função $f(x,y)=ye^{x^2y+4}$ e o ponto $P=(2,-1)$, obtenha

1. a taxa de variação de f no ponto P e na direção do vetor $\vec{v}=2\vec{i}+3\vec{j}$;
2. o valor aproximado de $(-1{,}02)e^{(2{,}05)^2(-1{,}02)+4}$ usando a aproximação linear local de f em P.

1014 Dados a função $f(x,y,z)=\operatorname{sen}(xy)-5\cos(yz)$ e o ponto $P=(\pi,1,\pi)$, obtenha

1. uma equação do plano tangente à superfície de nível 5 da função f no ponto P;
2. a taxa de variação máxima da função f no ponto P.

1015 Usando multiplicador de Lagrange, determine os valores máximo e mínimo da função $f(x,y,z)=2x+3y+6z$ sujeita à restrição $x^2+2y^2+4z^2=280$. Determine, também, os pontos nos quais ocorrem esses valores extremos.

UFRGS – Instituto de Matemática – 2015/2
Departamento de Matemática Pura e Aplicada
MAT01354 Cálculo e Geometria Analítica IIA
PROVA 1 – 09 de setembro de 2015 – 13h30

1	2	3	4	5	131

Nome	Cartão	Turma	Chamada

1311 Considere os pontos $P_1 = (2, -1, 2)$, $P_2 = (2, 0, 4)$ e $P_3 = (1, 1, 1)$ do espaço. Obtenha

1. as equações paramétricas da reta que contém os pontos P_1 e P_2;
2. a equação do plano que contém os pontos P_1, P_2 e P_3;
3. a área do triângulo de vértices P_1, P_2 e P_3.

1312 1. Dados a função $f(x, y) = \frac{1}{2}x^2 + 2x + \frac{1}{2}y^2$ e o ponto $P = (0, 2)$,
(a) determine uma equação para a curva de nível de $f(x, y)$ que passa pelo ponto P e esboce essa curva no plano xy;
(b) encontre o vetor gradiente $\vec{\nabla} f(P)$ e esboce esse vetor em P.

2. Sendo $f(x, y, z) = xy \operatorname{sen}(x^2 z)$, obtenha as derivadas parciais de primeira ordem f_x, f_y e f_z e, também, as de segunda ordem f_{yy} e f_{zz}.

1313 Dados a função $f(x, y) = xye^{xy+4}$ e o ponto $P = (4, -1)$, obtenha

1. a taxa de variação de f no ponto P e na direção do vetor $\vec{v} = \vec{i} + 2\vec{j}$;
2. a taxa de variação máxima de f no ponto P;
3. o valor aproximado de $(4{,}01)(-0{,}98)e^{(4{,}01)(-0{,}98)+4}$ usando a aproximação linear local de f em P.

1314 Considere a superfície de nível S da função $f(x, y, z) = \ln(x^2 y + y^2 z)$ que passa pelo ponto $P = (1, -1, 2)$. Obtenha

1. dois vetores unitários que sejam normais à superfície S em P;
2. uma equação do plano tangente à superfície S no ponto P.

1315 Usando multiplicador de Lagrange, obtenha as coordenadas dos pontos do plano de equação $x + 2y + 3z = 30$ que estão no primeiro octante (ou seja, com $x > 0, y > 0$ e $z > 0$) nos quais a função definida por $f(x, y, z) = xy^2z^2$ atinge seu valor máximo. Obtenha, também, esse valor máximo.

UFRGS – Instituto de Matemática – 2015/2
Departamento de Matemática Pura e Aplicada
MAT01354 Cálculo e Geometria Analítica IIA
PROVA 1 – 09 de setembro de 2015 – 15h30

1	2	3	4	5	151

Nome	Cartão	Turma	Chamada

1511 Considere a reta L de equações paramétricas $\begin{cases} x = 1 + 5t \\ y = 1 - t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$. Obtenha

1. o ponto em que a reta L corta o plano de equação $x + 2y + 3z = 15$;
2. uma equação do plano que contém os pontos $P_1 = (2, 2, -1)$ e $P_2 = (2, 4, 0)$ e que é paralelo à reta L.

1512 1. Dados a função $f(x, y) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}y^2 + 2y$ e o ponto $P = (2, 0)$,
(a) determine uma equação para a curva de nível de $f(x, y)$ que passa pelo ponto P e esboce essa curva no plano xy;
(b) encontre o vetor gradiente $\vec{\nabla} f(P)$ e esboce esse vetor em P.

2. Sendo $f(x, y, z) = e^{xy+z}$, obtenha as derivadas parciais de primeira ordem f_x, f_y e f_z e, também, as de segunda ordem f_{xx}, f_{xy} e f_{zz}.

1513 Dados a função $f(x, y) = xy \ln(xy + 5)$ e o ponto $P = (-1, 4)$, obtenha

1. a taxa de variação de f no ponto P e na direção do vetor $\vec{v} = 3\vec{i} + \vec{j}$;
2. a taxa de variação mínima de f no ponto P;
3. o valor aproximado de $(-0{,}97)(4{,}02) \ln[(-0{,}97)(4{,}02) + 5]$ usando a aproximação linear local de f em P.

1514 Considere a superfície de nível S da função $f(x, y, z) = \dfrac{x - z}{y + z}$ que passa pelo ponto $P = (2, -3, 4)$. Obtenha

1. as equações paramétricas da reta perpendicular à superfície S em P;
2. uma equação do plano tangente à superfície S no ponto P.

1515 É necessário construir um aquário sem tampa com 0,048 m^3 de volume e com duas divisórias verticais, ambas paralelas a um mesmo lado do aquário. O m^2 do vidro usado nas paredes externas custa 6$ e o das divisórias internas custa 3$. (Aqui $ é alguma unidade monetária.) Usando multiplicador de Lagrange, determine as dimensões que minimizam o custo do aquário.

UFRGS – Instituto de Matemática – 2015/2 Departamento de Matemática Pura e Aplicada MAT01354 Cálculo e Geometria Analítica IIA PROVA 1 – 09 de setembro de 2015 – 18h30	1	2	3	4	5	181

Nome	Cartão	Turma	Chamada

1811 Considere os vetores $\vec{v_1} = \langle 0, 2, 1\rangle$ e $\vec{v_2} = \langle 1, 1, 2\rangle$ do espaço. Obtenha

1. um vetor unitário que seja perpendicular a ambos os vetores $\vec{v_1}$ e $\vec{v_2}$;
2. a equação do plano que é paralelo aos vetores $\vec{v_1}$ e $\vec{v_2}$ e que contém o ponto $P_0 = (3, -1, 4)$.

1812 1. Dados a função $f(x, y) = \dfrac{3y}{2 + x^2}$ e o ponto $P = (-1, 3)$,

(a) determine uma equação para a curva de nível de $f(x, y)$ que passa pelo ponto P e esboce essa curva no plano xy;

(b) encontre o vetor gradiente $\vec{\nabla} f(P)$ e esboce esse vetor em P.

2. Sendo $f(x, y, z) = \ln(xy + z)$, obtenha as derivadas parciais de primeira ordem f_x, f_y e f_z e, também, o vetor gradiente $\vec{\nabla} f(P)$ com $P = (3, 4, 5)$.

1813 Dados a função $f(x, y) = e^{x^2} + 2xy + 3y^2$ e o ponto $P = (0, 1)$, obtenha

1. a taxa de variação de f no ponto P e na direção do vetor $\vec{v} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$;
2. o valor aproximado de $e^{(-0{,}03)^2} + 2(-0{,}03)(1{,}02) + 3(1{,}02)^2$ usando a aproximação linear local de f em P.

1814 Dados a função $f(x, y, z) = y^2\sqrt{8 + x^2 + z^3}$ e o ponto $P = (3, -5, 2)$, obtenha

1. a taxa de variação máxima de f no ponto P;
2. uma equação do plano tangente à superfície de nível 125 de f que passa pelo ponto P.

1815 Considere as caixas de lados retangulares situadas no primeiro octante tais que três de suas arestas estão nos eixos coordenados e o vértice oposto à origem encontra-se no plano de equação $2x + 4y + z = 24$. Usando multiplicador de Lagrange, determine as dimensões x, y e z de uma tal caixa de volume máximo. Determine, também, esse volume máximo.